AS CONTRIBUIÇÕES DE FOURIER NO CAMPO DA MATEMÁTICA: CONSIDERAÇÕES ACERCA DA EDUCAÇÃO

RODRIGO BASTOS SOUZA
Graduação em Matemática pela Universidade São Judas Tadeu (2005/2006) Bacharel e Licenciado em Matemática; Graduação em Tecnólogo de Gestão Financeira de Empresas pela Universidade Paulista (2009); Professor de Matemática na Escola Estadual Emilia Anna Antônio, Guarulhos, e na Escola Municipal de Ensino Fundamental Jardim Fontális.

RESUMO

O presente trabalho visa apresentar possibilidades estratégicas sobre a influência de Jean-Baptiste Joseph Fourier no campo da matemática, enquanto proposta partindo da lógica e representações, assim como aspectos cognitivos. O objetivo deste trabalho é analisar e apresentar as contribuições de Jean-Baptiste Joseph Fourier no campo da matemática. Através da análise de suas séries, transformadas e equações, busca-se compreender como Fourier revolucionou a forma como entendemos e aplicamos a matemática nos dias atuais. Serão discutidos o conceito e definição das séries de Fourier, as propriedades da transformada de Fourier e as equações que levam seu nome. Além disso, será apresentado o impacto atual das descobertas de Fourier em outras áreas do conhecimento como engenharia, ciências da computação e física. Os métodos empregados versaram sobre a realização desta pesquisa com abordagem qualitativa. Sua descrição procedimental é bibliográfica. Em conclusão, as contribuições de Fourier representam um marco fundamental na história da matemática e da ciência, destacando a importância da criatividade, intuição e visão de futuro na busca pelo entendimento e aplicação dos princípios fundamentais do universo físico e matemático.

PALAVRAS-CHAVE: Fourier; Matemática; Aplicabilidade Transversal; Educação.

INTRODUÇÃO

O presente trabalho visa apresentar possibilidades estratégicas sobre a influência de Jean-Baptiste Joseph Fourier no campo da matemática, enquanto proposta partindo da lógica e representações, assim como aspectos cognitivos. O objetivo deste trabalho é analisar e apresentar as contribuições de Jean-Baptiste Joseph Fourier no campo da matemática. Através da análise de suas séries, transformadas e equações, busca-se compreender como Fourier revolucionou a forma como entendemos e aplicamos a matemática nos dias atuais. Serão discutidos o conceito e definição das séries de Fourier, as propriedades da transformada de Fourier e as equações que levam seu nome. Além disso, será apresentado o impacto atual das descobertas de Fourier em outras áreas do conhecimento como engenharia, ciências da computação e física. Os métodos empregados versaram sobre a realização desta pesquisa com abordagem qualitativa. Sua descrição procedimental é bibliográfica (GIL, 2002). O presente instrumento justifica-se no âmbito da evidência quanto a aplicabilidade do objetivo apresentado. E, desta forma, o caminho metodológico foi estruturado em três etapas: 1) levantamento e revisão da literatura; 2) coleta de dados, 3) interpretação dos dados. A primeira etapa consistiu no levantamento e revisão da literatura. Foram consultadas: bibliotecas virtuais, bases eletrônicas e periódicos. Na segunda etapa os dados foram coletados. O material disposto do instrumento foi a produção acadêmica das Bases da Matemática, Lógica e Aplicabilidade Transversal. Na terceira etapa foi utilizada a técnica análise de conteúdo. O presente instrumento foi estruturado em apresentação teórico/contextual das palavras-chave apresentadas em primeiro momento. Logo após as devidas considerações teóricas serão apresentadas propostas sobre a reflexão dos eixos estudados.

DESENVOLVIMENTO

Jean-Baptiste Joseph Fourier nasceu em 21 de março de 1768 em Auxerre, França. Ele cresceu em uma família humilde e desde jovem demonstrou talento para a matemática (MERLI, 2022). Com o apoio de um tio, Fourier iniciou seus estudos e ingressou na Escola Real Militar de Auxerre. Após a Revolução Francesa, ele se mudou para-Paris, onde teve a oportunidade de estudar na prestigiosa Escola Politécnica. A formação acadêmica de Jean-Baptiste Joseph Fourier foi marcada por uma série de oportunidades que contribuíram para o seu desenvolvimento como matemático. Após ingressar na Escola Real Militar de Auxerre, ele teve acesso a uma educação de qualidade, com foco em matemática e ciências. Sua passagem pela Escola Politécnica de Paris foi fundamental para a consolidação de seus conhecimentos e para sua trajetória acadêmica. Além disso, Fourier teve a oportunidade de colaborar com renomados matemáticos da época, como Lagrange e Laplace, o que lhe proporcionou um ambiente propício para o desenvolvimento de suas ideias inovadoras. (RODRIGUES JUNIOR, 2022). Além do mais, ocupou cargos de destaque no governo francês e na academia. Fourier faleceu em 1830, deixando um legado duradouro para a matemática (MARTINI, 2020). Sua obra mais conhecida é a teoria das séries trigonométricas, conhecida como Séries de Fourier, que revolucionou a forma como a matemática e a física abordam a análise de funções periódicas. Além disso, Fourier também foi pioneiro na aplicação da Transformada de Fourier, desenvolvendo um método de representação de funções não periódicas por meio de integrais. Suas contribuições para a matemática tiveram um impacto significativo no desenvolvimento de disciplinas como a análise harmônica e cálculo integral (JUNGES, 2023).

A teoria das séries de Fourier, permitiu a representação de funções periódicas como somas de senos e cossenos. De modo que revolucionou a análise de funções, possibilitando a resolução de problemas complexos em diferentes áreas, como física, engenharia e ciências da computação.

Além disso, Fourier desenvolveu a Transformada de Fourier, uma ferramenta matemática essencial para a análise de sinais e a resolução de equações diferenciais. Suas contribuições foram fundamentais para o avanço da matemática e têm aplicação até os dias atuais (ESTEVES, 2022).

Desta forma, vale destacar que algumas identidades trigonométricas apresentadas a seguir, utilizam-se das fórmulas da transformação do produto de senos e cossenos em somas de senos e cossenos para se obter as fórmulas da soma e da diferença do cosseno e do seno de dois arcos a e b, tais que a, b $\epsilon\ R$

$$co(a + b) = cos(a)cos(b) - sen(a)sen(b) \ (1)$$

$$co(a - b) = cos(a)cos(b) + sen(a)sen(b) \ (2)$$

$$se(a + b) = sen(a)cos(b) + sen(b)cos(a) \ (3)$$

$$se(a - b) = sen(a)cos(b) - sen(b)cos(a) \ (4)$$

Ao somar os elementos das equações 1 e 2, tem-se:

$$cos\ (a + b) + cos\ (a - b) = 2\ co(a)\ cos(b)$$

Portanto, o produto do cosseno de dois arcos é metade da soma dos cossenos da soma e das diferenças desses arcos, como:

$$co(a)\ cos(b) = 1\ (cos\ (a + b) + cos\ (a - b))\ (5)$$

Para a transformação do produto dos senos de dois arcos, vem:

$$cos\ (a - b) - co(a + b) = 2\ sen(a)\ sen(b)$$

Portanto, o produto dos senos dos arcos a e b é ➔

$$se(a)\ sen(b) = 1\ (cos\ (a - b) - cos(a + b))\ (6)$$

Analogamente, para obter o produto do seno pelo cosseno ➔

$$sen\ (a + b) + se(a - b) = 2\ sen(a)\ cos(b) \ ➔$$

$$se(a)\ cos(b) = 1\ (sen\ (a - b) + sen(a + b))\ (7)$$

Funções pares e ímpares e suas integrais.

Uma função f: $R \rightarrow R$ é uma função par se (x) = $f(-x)$ e é uma função ímpar se $f(x)$ = $-f(-x)$.

Por exemplo, para todo $x\ \epsilon\ R$ e $n\ \epsilon\ \aleph$ as funções:

- $co(nx)$ e $x2n$ são pares;
- $se(nx)$ e $x2n$+1 são ímpares.

Dessa forma, se f(x) e g(x) são funções pares e r(x) e s(x) são funções ímpares, têm-se as seguintes propriedades:

- O produto de duas funções pares é uma função par:

$(f.\, g)(x) = f(x)g(x) = f(-x)g(-x) = (f.\, g)(-x)$ (8)

- O produto de uma função par por uma função ímpar é uma função ímpar:

$(f.\ r)(x) = f(x)r(x) = f(-x)(-r(-x)) = -f(-x)r(-x) = -(f.\, r)(-x)$ (9)

- O produto de duas funções ímpares é uma função par:

$(r.\ s)(x) = r(x)s(x) = (-r(-x))(-s(-x)) = r(-x)s(-x) = (r.\ s)(-x)$ (10)

Uma função f: $R \rightarrow R$ é periódica se, dado um período $T \in R$, $T > 0$, $(x) = f(x + T)$ para $\forall x \in R$ Têm-se ainda que $f(x) = f(x + T) = f(x + 2T) = \ldots = f(x + nT)\ \forall\ x \in R\ \forall\ n \in \aleph$

Exemplo: A função f: $R \rightarrow R$ tal que ff(x) = sen(x) é periódica com período $T = 2$.

Então, tomando-se a fórmula do seno da soma de dois arcos:

$sen(a + b) = sen(a)cos(b) + sen(b)cos(a)$

obtém-se:

$sen(x + T) = sen(x)cos(T) + sen(T)cos(x)$

Substituindo $T = 2\pi$, tem-se

$se(x + 2\pi) = sen(x)cos(2\pi) + sen(2\pi)cos(x) = sen(x)$

E no caso geral,

$sen(x + nT) = sen(x)cos(nT) + sen(nT)cos(x)\ n \in \aleph$

Então:

Como $T = 2\pi$, $co(2n\pi) = cos(2\pi) = 1\ e\ sen(2n\pi) = sen(2\pi) = 0$,

$sen(x + nT) = sen(x)$

Analogamente,

$cos(a + b) = cos(a)cos(b) - sen(a)sen(b)$

$cos(x + nT) = cos(x)cos(nT) - sen(x)sen(nT)$

$co(x + 2\pi) = cos(x)cos(2\pi) - sen(x)sen(2\pi) \longrightarrow cos(x + 2\pi) = cos(x)$

Sendo assim, essas propriedades podem ajudar no cálculo de algumas integrais, porque a integral de uma função ímpar em um intervalo simétrico [−L, L] em relação ao zero é zero e a integral de uma função par em um intervalo simétrico [−L, L] é igual ao dobro da integral no intervalo [0, L] (CHIARADIA, 2018).

De forma cabal, as séries de Fourier são um conceito fundamental no campo da matemática, que envolvem a decomposição de uma função periódica em uma soma infinita de senos e cossenos ponderados. Essas séries são amplamente utilizadas na análise de funções periódicas e oferecem uma forma eficiente de representar uma função complexa em termos de componentes mais simples (FREITAS, 2023). A definição das séries de Fourier permite expressar uma função periódica como uma soma infinita de termos harmônicos, tornando possível reconstruir a função original a partir desses termos. Essa técnica tem aplicações em várias áreas da matemática, como no estudo de equações diferenciais, análise de sinais e processamento de imagens. O estudo das séries de Fourier é essencial para compreender a teoria dos sistemas lineares e tem se mostrado um poderoso instrumento matemático em diversas áreas de pesquisa (MENDONÇA, 2021). Outra aplicação relevante é a interpolação e reconstrução de sinais, onde as séries de Fourier possibilitam aproximar uma função periódica a partir de um número finito de termos harmônicos (FRACAROLI BORIN, 2023).

Vale mencionar que existem diversos exemplos de séries de Fourier que ilustram a aplicação desse conceito na matemática. Um exemplo clássico é a expansão da função quadrada periódica em termos de senos. Essa expansão permite aproximar a função quadrada utilizando um número finito de termos, onde cada termo representa um harmônico da função. Outro exemplo comum é a representação da função dente de serra, que consiste em uma soma de harmônicos com amplitudes e frequências específicas. Esses exemplos demonstram como as séries de Fourier podem ser utilizadas para representar funções periódicas de forma precisa e eficiente, contribuindo para a análise e compreensão dessas funções.

Já a Transformada de Fourier é uma ferramenta matemática que permite expressar uma função em termos de frequências. Ela é definida pela integral de Fourier, que transforma uma função do domínio do tempo para o domínio da frequência. Essa transformada possui diversas propriedades importantes, como a linearidade, a propriedade da escala e a propriedade da deslocamento no tempo (COSTA, 2022). A transformada de Fourier é amplamente aplicada tanto na matemática quanto na física, sendo utilizada na solução de equações diferenciais parciais, análise de sinais e processamento de imagens, entre outros (ALMEIDA, 2024). Ela também desempenha um papel fundamental na análise de sistemas lineares e no estudo da convergência de séries de Fourier (JESUS, 2020).

Como exemplo na física, a Transformada de Fourier é aplicada para analisar sinais e ondas em diferentes domínios, como som, luz e eletricidade. É fundamental, por exemplo, no estudo da difração de ondas e na análise espectral de sinais periódicos (LIMA & HEIDEMANN, 2023; SOARES, 2023). Outro exemplo é a transformada de Fourier discreta, amplamente utilizada em processamento digital de sinais e comunicações. Nesse caso, a transformada é calculada para uma sequência finita de amostras, permitindo a análise e modificação de sinais digitais (CAIXETA, 2022).

Vale mencionar que, as equações de Fourier são equações diferenciais parciais que surgem da aplicação das séries de Fourier e da transformada de Fourier. Essas equações descrevem a propagação e a evolução de fenômenos físicos como o calor, a onda e o potencial em meios contínuos. Elas são amplamente utilizadas em diversos campos da matemática e da física, permitindo a modelagem de sistemas complexos e a resolução de problemas práticos (LEANDRO, 2023).

Sendo assim, vale mencionar, especificamente que, a equação do calor é uma das equações de Fourier mais conhecidas e estudadas. Ela descreve a propagação do calor em um meio contínuo ao longo do tempo. Essa equação é uma equação diferencial parcial que relaciona a taxa de variação da temperatura em relação ao tempo com a taxa de variação espacial do calor. É amplamente utilizada em estudos de transferência de calor, engenharia térmica e processos de difusão. A solução da equação do calor permite prever a distribuição de temperatura em um determinado meio e realizar análises importantes no projeto e no controle de sistemas térmicos (FREITAS, 2023) Já a equação da onda é outra importante equação de Fourier que descreve a propagação de ondas em meios contínuos. Essa equação relaciona a taxa de variação do deslocamento da onda em relação ao tempo com a taxa de variação espacial da onda. Ela é amplamente utilizada no estudo de fenômenos ondulatórios, como o som e a luz, permitindo modelar e analisar a propagação de ondas em diferentes meios e condições. A solução da equação da onda fornece informações importantes sobre a amplitude, frequência e direção das ondas, sendo fundamental para o desenvolvimento de áreas como acústica, óptica e telecomunicações (PETRUZZELLIS, 2020).

Não obstante, a equação de Laplace é uma das equações de Fourier mais importantes no campo da matemática. Essa equação é uma equação diferencial parcial que descreve o comportamento de campos escalares em um meio estático, ou seja, que não varia com o tempo. A equação de Laplace é amplamente utilizada em estudos de problemas eletrostáticos e de potencial, sendo fundamental na resolução de problemas de equilíbrio e estabilidade em mecânica dos fluidos, eletricidade e magnetismo. A solução da equação de Laplace permite determinar o campo de potencial em um determinado meio, fornecendo informações importantes sobre as distribuições de carga e campo elétrico em sistemas físicos (LOPES, 2021; SOUSA NETO, 2022; LEÃO, 2022; NETO, 2023; SANTOS, 2023). É denotada:

$$\nabla 2\Phi=0$$

Onde:

∇2 é operador lpalaciano, em que em coordenadas cartesianas é dado por $\nabla 2=\partial 2/\partial X2 +\partial 2/\partial Y2 + \partial 2/\partial Z2$, representando a soma das segundas derivadas parciais em relação a cada uma das coordenadas espaciais (X, Y,Z).

Φ é a função desconhecida, cujo comportamento investiga-se. Essa equação é uma forma especial de equação de Laplace quando não há fonts de caompo, isto é, quando uma função Φ não depende explicitamente do tempo e não há densidade de carga presente. Isso a torna particularmente útil na descrição de fenômenos estacionários ou em equilíbrio.

Necessariamente, quanto à educação as séries de Fourier podem ser utilizadas como uma ferramenta para representar um sinal periódico através de uma soma infinita de componentes senoidais, permitindo assim a transformação de um sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência. Essa mudança de domínio é especialmente útil quando certas características do sinal não são facilmente observáveis na sua forma original, proporcionando vantagens significativas para a sua análise. Destaca-se a relevância das séries de Fourier como uma ferramenta essencial na análise de funções. Independentemente da natureza da onda, se ela for periódica e atender aos requisitos estabelecidos, é possível decompor essa onda em uma soma de senos e cossenos, simplificando assim o estudo da mesma.

Considerando-se a Base Nacional Comum Curricular (BNCC),

> "Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação em geral (BRASIL, 2018, p. 531)".

O que de fato está atrelada aos princípios de competência, elencada pela própria BNCC,

> "competência é definida como a mobilização de conhecimentos (conceitos e procedimentos), habilidades (práticas, cognitivas e socioemocionais), atitudes e valores para resolver demandas complexas da vida cotidiana, do pleno exercício da cidadania e do mundo do trabalho'' (BRASIL, 2018, p. 8).

Reitera-se que a educação deve garantir o desenvolvimento social, emocional e intellectual, no interim de tornar os alunos como atores sociais.

CONSIDERAÇÕES FINAIS

A síntese das contribuições de Fourier abrange não apenas suas descobertas nas séries e transformadas, mas também suas equações fundamentais, como a equação do calor, a equação da onda e a equação de Laplace. Estas equações, muitas vezes referidas como equações diferenciais parciais, são fundamentais para a modelagem e resolução de uma ampla gama de problemas físicos e matemáticos. Através dessas equações, Fourier estabeleceu uma ponte entre a teoria matemática e sua aplicação prática em campos como a física, engenharia e ciências da computação.

As descobertas de Fourier continuam a ter um impacto significativo nos dias atuais, permeando diversas áreas acadêmicas e profissionais. Na física, por exemplo, as técnicas de Fourier facilitam a análise de sinais e ondas, desempenhando um papel crucial na caracterização e compreensão de fenômenos naturais complexos. Da mesma forma, na engenharia, as transformadas de Fourier são amplamente empregadas no processamento de sinais, comunicações e processamento de imagem, contribuindo para o desenvolvimento de tecnologias avançadas em uma variedade de campos. Na ciência da computação, a teoria de Fourier é essencial para a compressão e codificação de dados, permitindo a transmissão e armazenamento eficiente de informações digitais.

O legado de Fourier transcende as fronteiras disciplinares, influenciando não apenas a teoria matemática, mas também a prática científica, tecnológica e educacional. Seu trabalho continua a inspirar gerações de professores, pesquisadores e inovadores, fornecendo uma base sólida para o avanço contínuo do conhecimento e da tecnologia. Em conclusão, as contribuições de Fourier representam um marco fundamental na história da matemática e da ciência, destacando a importância da criatividade, intuição e visão de futuro na busca pelo entendimento e aplicação dos princípios fundamentais do universo físico e matemático.

REFERÊNCIAS

ALMEIDA, D. C. S. **A potencialidade da história da matemática como ferramenta para o ensino e aprendizagem de estatística no ensino fundamental.** Monografia – Licenciatura em Matemática. Universidade Federal do Norte de Tocantins, 2024.

ALVES, K. H. S. **A importância das equações diferenciais na formação do engenheiro mecânico: uma análise curricular do curso de engenharia mecânica em universidades de Mossoró – RN**. Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal Rural do Semi-Árido, 2021.

BRASIL. **Base Nacional Comum Curricular**. Brasília, 2018. Disponível em: http://basenacionalcomum.mec.gov.br/images/BNCC_EI_EF_110518_versaofinal_sit e.pdf. Acesso 12 maio 2024.

CAIXETA, C. M. **Estudos das séries e transformadas de Fourier e suas aplicações em processamento de imagens. Trabalho de Conclusão de Curso -Licenciatura em Matemática. I**nstituto Federal de Goiás, 2022.

CALADO, T. V. & REZENDE, V. **Aspectos históricos e epistemológicos do conceito de função: um estudo sobre as ideias-base**. Revista Eletrônica de Educação, 2023.

CHIARADIA, J. E. **Sintetizando funções: uma aplicação das séries de Fourier.** Universidade Federal de Viçosa - Florestal, MG, 2018.

COSTA, A. F. **Introdução às séries com transformadas de fourier com aplicações em leitura de frequências no espectro eletromagnético**. Monografia do Curso de Matemática. Universidade Federal de Minas Gerais, 2022.

EKICI, C., MEHRUBEOGLU, M., PALANIAPPAN, D., & ALAGOZ, C. **Coherence and transfer of complex learning with fourier analysis learning trajectories for engineering mathematics education.** IEEE Frontiers in Education Conference (FIE), pp. 1-9, 2020.

ESTEVES, D. F. **Uma alternativa rigorosa para o ensino das séries de Fourier.** Trabalho de Conclusão de Curso. Curso de Licenciatura em Matemática. Instituto Federal de Goiás, 2022.

FRACAROLI BORIN, L. G. **Aplicações das séries de Fourier.** Trabalho de Conclusão de Curso. Curso de Licenciatura em Matemática. Universidade Federal de São Carlos, 2023.

FREITAS, T. F. S. M**odelagem Matemática e Computacional de Camada Limite Laminar Utilizando a Metodologia Mista Pseudoespectral de Fourier e Fronteira Imersa.** Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Uberlândia, 2023.

JESUS, W. **Identificação e Classificação de Acordes Musicais aplicando a Transformada de Fourier. Revista de Matemática.** Dissertação de Mestardo. Universidade Federal de São João del-Rei, 2020.

JUNGES, A. L. **O efeito estufa'numa perspectiva histórica: Jean Baptiste Joseph Fourier eo problema da temperatura terrestre.** A Física na Escola. Revista Física na Escola, 2023.

LEANDRO, M. E. M. **Estudo e aplicação do método multimalha na resolução de sistemas lineares. Trabalho de Conclusão de Curso.** Licenciatura em Matemática. Universidade Federal de Uberlândia, 2023.

LEÃO, J. V. F. **Identificação e caracterização de curtos-circuitos temporários em motores de indução trifásicos por meio de emissão acústica, análise de corrente e técnicas avançadas de processamento de sinais.** Tese de doutorado. Universidade Estadual Paulista, 2022.

LIMA, N. W. & HEIDEMANN, L. A. (2023). **Diferentes níveis de hipóteses científicas: uma proposta para discutir fatores epistêmicos e sociais das Ciências na formação de professores de Física a partir de fonts históricas.** Revista Brasileira de Ensino de Física. Rev. Bras. Ensino Física, n.45, 2023.

LOPES, D. S. L. **Modelagem para aferição dinâmica da distribuição de potencial ao longo de cadeias de isoladores poliméricas.** Tese de doutorado. Universidade Federal de Pernambuco, 2021.

MARTINI, A. H. **Analiticidade da função exponencial generalizada para argumentos complexos e suas implicações.** Tese de doutorado. Universidade de São Paulo, 2020

MENDONÇA, G. A. **Desenvolvimento de nova metodologia para análise de desempenho de máquinas elétricas: uma contribuição ao método Maxwell-Fourier.** Tese de doutorado. Universidade Federal de Minas Gerais, 2021

MERLI, R. F. Do **Pensamento Funcional ao Campo Conceitual de Função: o desenvolvimento de um conceito**. Tese de doutorado. Universidade Estadual do Oeste do Paraná, 2022.

NETO, R. D. A. **Uma construção histórica das técnicas da transformada integral clássica (CITT) e generalizada (GITT)**. Revista Brasileira de História da Matemática, 2023.

NETO, T. & SILVA, A. **Séries de Fourier antes do computador digital.** Trabalho de Conclusão de Curso. Universidade Federal de Ouro Preto, 2024.

PETRUZZELLIS, L. T. **Evolução de espectros de ondas eletrostáticas e eletromagnéticas em plasmas não térmicos investigada com uso da teoria de turbulência fraca**. Tese de doutorado. Insittuto de Física UFRGS, 2020.

RODRIGUES JUNIOR, A. **Um estudo sobre os livros de história da matemática para professores organizados pela sbhmat para os seminários nacionais de história da matemática**. Dissertação de mestrado. Universidade Estadual do Paraná, 2022

SANTOS, T. C. **Filmes Finos de Estruturas Metal-Orgânicas de Superfície (SURMOFs) para detecção de compostos orgânicos voláteis.** Dissertação de Mestrado. Universidade Estadual Paulista Júlio de Mesquita Filho, 2023.

SOARES, B. R. **Equações diferenciais no estudo epidemiológico: Modelo SIR de Kermack e McKendrick.** Trabalho de Conclusão de Curso. Instituto Federal de Goiás, 2023.

SOUSA NETO, L. R. **Utilização de métodos computacionais para descrever a interação da quitosana com contaminantes**. Tese de doutorado. Universidade Federal de Uberlândia, 2022.